**ESERCIZIO METODI NUMERICI**

Una barra molto lunga a sezione trapezoidale retta, ha la superficie corrispondente al lato obliquo e quella contrapposta isolate, mentre le superfici degli altri lati sono mantenute a temperatura uniforme. Il lato maggiore, di lunghezza L1=40 mm, è mantenuto a temperatura T1=60 °C e quello minore, lungo L2=20 mm, è mantenuto a T2=25 °C. L’altezza della sezione misura W=30 mm. La conducibilità termica del materiale è pari a k=5 W/m K. Dopo aver formulato il problema con le relative condizioni al contorno, usando il metodo ai volumi finiti, con un passo spaziale uniforme pari a 5 mm, valutare:

- il campo di temperatura nella sezione;

- la potenza termica che attraversa la barra per unità di lunghezza della stessa.

Si ripeta l’esercizio con una spaziatura pari a 2.5 mm e si confrontino i risultati ottenuti.

**Formulazione del problema**

Per risolvere il problema della barra mostrata in fig.1(x,y espressi in mm) si formulano alcune ipotesi che permettono di effettuare delle semplificazioni:

 si suppone il transitorio termico esaurito, di conseguenza si considera il problema in regime stazionario;

 si considera il materiale di cui è costituita la barra omogeneo ed isotropo, quindi la conducibilità termica del materiale rimane costante all’interno di esso;

 si considera un campo di temperatura bidimensionale T=T(x,y);

 si ritiene che la superficie corrispondente al lato obliquo e quella contrapposta siano isolate, mentre le superfici degli altri lati sono mantenute a temperatura uniforme.

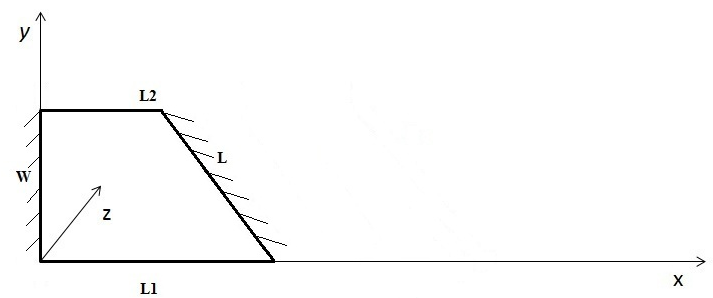


Figura 1. Sezione barra

Il problema non presenta termini di generazione interna, quindi in questo caso l’equazione della conduzione da considerare è l’equazione di Laplace:

(1)

Le condizioni al contorno considerate sono:

con (2)

con (3)

con (4)

con (5)

**Soluzione con metodo ai volumi finiti**

Il dominio viene approssimato in un insieme finito di punti. Il metodo utilizzato è quello ai volumi finiti, il quale consiste nel suddividere il dominio in griglie secondo una prefissata spaziatura(nel problema in esame si considera pari a 5mm e successivamente a 2.5mm),andando così ad individuare l'insieme su cui ricavare le equazioni di bilancio. Dopo aver discretizzato il dominio si definisce,per ogni punto,un volume di controllo secondo questo criterio: scelto un punto del dominio,si trovano i punti medi che contribuiscono al bilancio termico del punto considerato e si uniscono le distanze dei punti medi

**Soluzione 1(spaziatura 5mm)**

In figura 2 è rappresentato il dominio discretizzato con spaziatura pari a 5mm

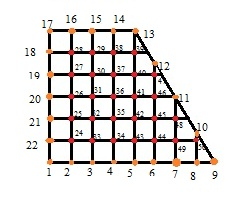
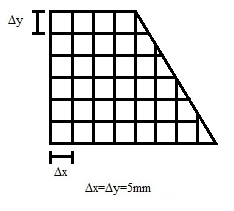


Figura 2: discretizzazione dominio con spaziatura di 5mm

Per i punti interni al dominio definiamo un volume di controllo come in figura 3.

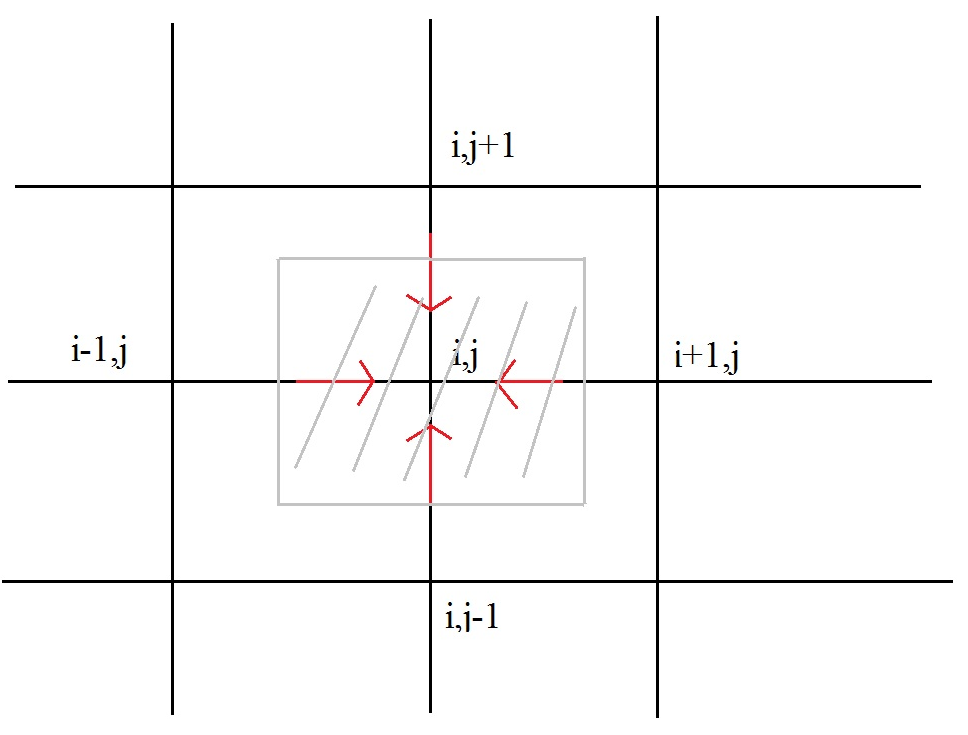


Figura 3:volume di controllo centrato in un punto i,j interno al dominio

Scriviamo un bilancio di potenze termiche:

Esplicitiamo i valori delle temperature:

Poichè si ha:

Per i punti appartenenti all'altezza definiamo un volume di controllo come in figura 4.

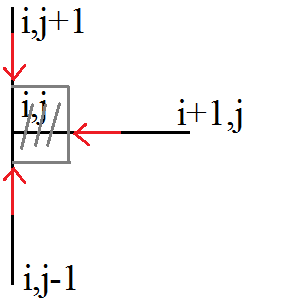


Figura 4:volume di controllo per i punti appartenenti all'altezza

Scriviamo un bilancio di potenze termiche:

Poichè si ha:

Scriviamo le equazioni:  
1)

2)

3)

4)

5) 3

6) 3

7)

8) 3